ماز

دوپینگ فوری
شب امتحان

خلاصه فشرده برای مرور سریع

ریاضی یازدهم تجربی

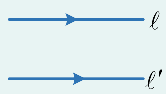
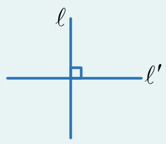
فصل اول

نکات طلایی

دو خط، زمانی بر هم عمود هستند که شیب هر کدام عکس قرینه شیب دیگری باشد. به عبارتی دیگر، **حاصل‌ضرب شیب دو خط میشه ۱- .**

وضعیت دو خط نسبت به هم

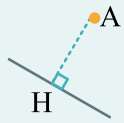
اگر m و m' به‌ترتیب شیب خط‌های ℓ و ℓ' باشند، داریم:

$m = m'$	$m.m' = -۱$	$m \neq m'\ ,\ m.m' \neq -۱$
دو خط ℓ و ℓ' باهم موازی‌اند.	دو خط ℓ و ℓ' بر هم عمودند.	دو خط ℓ و ℓ' متقاطع و غیرعمودند.
		

فاصلهٔ یک نقطه از یک خط

فاصلهٔ یک نقطه مانند $A(x_۰, y_۰)$ از یک خط مانند $ax + by + c = ۰$ برابر با طول پاره‌خط عمودی است که از آن نقطه بر خط رسم می‌شود. این فاصله را از رابطهٔ زیر پیدا می‌کنیم.

$$AH = d = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}}$$

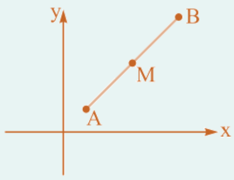


فاصلهٔ دو نقطه از یکدیگر هم به‌صورت زیر است: $d = \sqrt{(x_۲ - x_۱)^۲ + (y_۲ - y_۱)^۲}$

مختصات نقطهٔ M وسط پاره‌خط

اگر $A(x_۱, y_۱)$ و $B(x_۲, y_۲)$ دو سر پاره‌خط AB باشند، مختصات نقطهٔ M وسط پاره‌خط AB از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$x_M = \frac{x_۱ + x_۲}{۲} \quad , \quad y_M = \frac{y_۱ + y_۲}{۲} \text{ یا } M\left(\frac{x_۱ + x_۲}{۲}, \frac{y_۱ + y_۲}{۲}\right)$$



یه نمونه باحال

می‌خواهیم که قرینه نقطه $A(۱,۲)$ را نسبت به نقطه $B(-۱,۴)$ پیدا کنیم. حال اگر نقطه موردنظر را نقطه M فرض کنیم در این صورت نقطه B وسط پاره‌خط AM قرار دارد، پس:

$$x_B = \frac{x_A + x_M}{۲} \Rightarrow -۱ = \frac{۱ + x_M}{۲} \Rightarrow ۱ + x_M = -۲ \Rightarrow x_M = -۳$$

$$y_B = \frac{y_A + y_M}{۲} \Rightarrow ۴ = \frac{۲ + y_M}{۲} \Rightarrow ۲ + y_M = ۸ \Rightarrow y_M = ۶$$

بنابراین قرینه نقطه A نسبت به B به‌صورت $M(-۳,۶)$ است.

معادله درجه دوم و تابع درجه ۲

می‌دانیم که تابع $f(x) = ax^۲ + bx + c$ یک سهمی است که اگر $a > ۰$ باشد، سهمی رو به بالاست و مینیمم دارد و اگر $a < ۰$ باشد، سهمی رو به پایین است و ماکزیمم دارد.

نکته طلایی

طول نقطه مینیمم یا ماکزیمم با $x_S = -\frac{b}{۲a}$ به دست می‌آید و مقدار آن برابر $y = f(-\frac{b}{۲a})$ می‌باشد.

نوشتن معادله درجه دوم با استفاده از S و P

هرگاه ریشه‌ها یا مجموع و حاصل‌ضرب آن‌ها مشخص بود و می‌خواستیم با استفاده از آن‌ها معادله درجه دوم را به دست آوریم از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

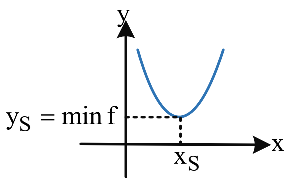
$$x^2 - Sx + P = 0$$

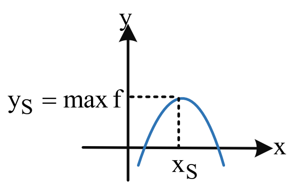
بیشترین مقدار یا کمترین مقدار یک تابع درجه ۲

	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$	$f(x) = a(x-h)^2 + k$
طول رأس	$x_S = -\dfrac{b}{2a}$	$x_S = \dfrac{\alpha+\beta}{2}$	$x_S = h$
عرض رأس	$y_S = f(-\dfrac{b}{2a}) = -\dfrac{\Delta}{4a}$	$y_S = f(\dfrac{\alpha+\beta}{2})$	$y_S = k$

توجه کنید که منظور از بیش‌ترین مقدار (max) و یا کم‌ترین مقدار (min) یک سهمی، همان عرض رأس سهمی (y_S) است که با توجه به علامت a در تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ داریم:

$a > 0$	$a < 0$





روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم

اگر α و β، ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، داریم:

* $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$
* $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta) = S^3 - 3PS$
* $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{(\alpha+\beta) + 2\sqrt{\alpha\beta}} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$
* $|\alpha - \beta| = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$
* $\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta} = \dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \dfrac{S}{P}$
* $\dfrac{\alpha}{\beta} + \dfrac{\beta}{\alpha} = \dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta} = \dfrac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \dfrac{S^2 - 2P}{P}$

دامنهٔ توابع گویا و توابع رادیکالی

* برای پیدا کردن دامنه توابع گویا به فرم $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ که در آن $P(x)$ و $Q(x)$ توابع چندجمله‌ای هستند، ریشه(های) عبارت مخرج کسر را (در صورت وجود) پیدا کرده و آن‌ها را از مجموعه اعداد حقیقی ($\mathbb{R}$) حذف می‌کنیم. به عبارت دیگر:

$$D_f = \mathbb{R} - \{x \mid Q(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{\text{ریشه(های) مخرج کسر}\}$$

* برای پیدا کردن دامنه توابع رادیکالی، با توجه به فرجهٔ رادیکال داریم:

اگر فرجه رادیکال **فرد** باشد، دامنهٔ تابع با **دامنه عبارت زیر رادیکال برابر** است. به عبارت دیگر، رادیکال فرجه فرد را نادیده می‌گیریم و فقط دامنه عبارت زیر رادیکال را به‌دست می‌آوریم.

$$f(x) = \sqrt[\text{فرد}]{g(x)} \Rightarrow D_f = D_g$$

اگر فرجهٔ رادیکال **زوج** باشد، برای پیدا کردن دامنه تابع، مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱) دامنهٔ عبارت زیر رادیکال را به‌دست می‌آوریم. $\left(D_g\right)$

۲) عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم و مجموعه جواب آن را به‌دست می‌آوریم. $\left(g(x) \geq 0\right)$، دقت کنید که اگر رادیکال با فرجه زوج در مخرج کسر باشد، باید عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر از صفر بذاریم. *خب معلومه دیگه، مخرج کسر که نمی‌تونه صفر باشه!*

۳) از محدوده‌های به‌دست آمده در مراحل ۱ و ۲، اشتراک می‌گیریم.

$$f(x) = \sqrt[\text{زوج}]{g(x)} \Rightarrow D_f = \left\{x \mid x \in D_g , g(x) \geq 0\right\}$$

حل یک معادلهٔ رادیکالی

۱- یکی از رادیکال‌ها را در یک طرف معادله نگه می‌داریم و مابقی جمله‌ها را به طرف دیگر معادله منتقل می‌کنیم.

۲- طرفین معادله را به توان مناسب می‌رسانیم (معمولاً طرفین را به توان ۲ می‌رسونیم)

(توجه داشته باشید که اگر با به توان رساندن طرفین معادله، مجدداً در معادله عبارت رادیکالی حضور داشته باشد سعی می‌کنیم که با تکرار مراحل ۱ و ۲، کل معادله را از حالت رادیکالی خارج کنیم)

۳- معادلهٔ به‌دست آمده را تا حد امکان ساده کرده و آن را حل می‌کنیم و جواب (یا جواب‌های) معادله را به‌دست می‌آوریم.

۴- جواب(های) به‌دست آمده را در معادلهٔ اصلی آزمایش می‌کنیم و جواب‌هایی را قبول می‌کنیم که اولاً در دامنه تعریف متغیر معادله قرار داشته باشند و ثانیاً در معادلهٔ اصلی صدق کنند.

حل معادله‌های شامل عبارت‌های گویا

ابتدا مخرج هریک از کسرها را (در صورت لزوم) به عامل‌های اول تجزیه می‌کنیم. (چندجمله‌ای)

طرفین معادله را در کوچک‌ترین مضربِ مشترکِ (ک.م.م) مخرج کسرها ضرب می‌کنیم تا معادله از حالت کسری خارج شود.

عبارت جبری به‌دست آمده را تا حد امکان ساده کرده و معادلهٔ حاصل شده (معمولاً درجه ۲) را حل می‌کنیم.

در نهایت جواب‌های به‌دست آمده را در معادلهٔ اصلی امتحان می‌کنیم.

نکته طلایی

توجه کنید که جواب‌های به‌دست آمده زمانی قابل قبول خواهند بود که اولاً مخرج هیچ‌یک از کسرها را صفر نکنند و ثانیاً این جواب‌ها با شرایط مسئله در محیط پیرامونی مطابقت داشته باشند (قسمت دوم رو متوجه نشدم! یعنی این‌که مثلاً اگر قراره با حل یه معادله طول یک شکل رو محاسبه کنیم، اندازه این طول رو منفی به‌دست نیاریم.)

حل برخی از معادله‌ها، با استفاده از تغییر متغیر

برای حل برخی از معادله‌ها، باید با استفاده از تغییر متغیر، آن معادلات را به یک معادلهٔ درجهٔ دوم تبدیل کرد. برای این منظور به روش زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا در معادلهٔ داده شده، به جای یک عبارت برحسب x، از یک تغییر متغیر مناسب (مثلاً t) استفاده کرده و معادلهٔ داده شده را به معادلهٔ درجهٔ دوم برحسب t تبدیل می‌کنیم.

سپس معادلهٔ درجهٔ دوم را حل کرده و مقدار (مقادیر) t را به‌دست می‌آوریم.

در نهایت عبارتی را که آن را برابر t فرض کرده بودیم را برابر مقدار (مقادیر) t قرار می‌دهیم و با حل آن مجهول‌های اصلی یعنی x را به‌دست می‌آوریم.

فصل دوم

ترسیم‌های هندسی

مکان هندسی‌های مهم

عمود منصف: مکان هندسی نقاطی که فاصله آن‌ها از دو سر پاره‌خط به یک اندازه باشد، عمودمنصف آن پاره‌خط است.

نتیجه: مکان هندسی نقطه‌ای از مثلث که از تمام رئوس آن به یک فاصله باشد، نقطه تلاقی عمود منصف‌های آن مثلث می‌باشد.

الف. هر نقطه‌ای که روی عمودمنصف یک پاره‌خط قرار داشته باشد، از دو سر آن پاره‌خط **به** یک اندازه فاصله دارد.

ب. **بر**عکس، هر نقطه‌ای که از دو سر پاره‌خط **به یک فاصله** باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد.

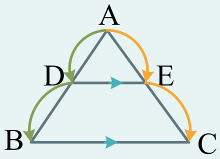
نیمساز: مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشند، نیمساز آن زاویه است.

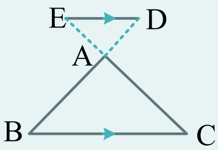
نتیجه: مکان هندسی نقطه‌ای از مثلث که از تمام اضلاع آن مثلث به یک فاصله باشد، نقطه تلاقی نیمسازهای آن مثلث می‌باشد.

استدلال و قضیه تالس

قضیه تالس و تعمیم آن

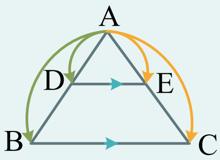
قضیه تالس: هرگاه در مثلثی، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، روی آن دو ضلع (یا امتداد آن‌ها)، پاره‌خط‌هایی جدا می‌کند که اندازه آن‌ها تشکیل یک تناسب می‌دهند. این قضیه را اصطلاحاً تالس جزءبه‌جزء می‌نامیم. به عبارت دیگر اگر در شکل‌های زیر DE با BC موازی باشد، داریم:

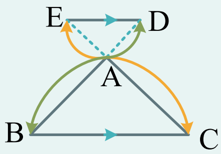




$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

تعمیم قضیه تالس: هرگاه خطی دو ضلع یک مثلث (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم مثلث موازی باشد، در این صورت مثلثی به‌وجود می‌آید که اندازه ضلع‌های آن با اندازه ضلع‌های مثلث اصلی متناسب است. این قضیه را اصطلاحاً تالس جزء به کل می‌نامیم. به عبارت دیگر، اگر در شکل‌های زیر DE با BC موازی باشد، داریم:





$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

یه سری تعاریف مهم

استدلال استقرایی:

این نوع از استدلال که در آن با مشاهده و بررسی یک موضوع در چند حالت، نتیجه‌های کلی از آن گرفته می‌شود؛ یعنی«از جزء به کل می‌رسیم»، استدلال استقرایی نامیده می‌شود.

استدلال استنتاجی:

استدلالی است که بر اساس نتیجه‌گیری منطقی بر پایه واقعیت‌هایی که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم، بیان می‌شود.

قضیه خط میانه در مثلث:

اگر در یک مثلث، وسط دو ضلع را به هم وصل کنیم، پاره‌خط حاصل با ضلع سوم موازی است و طول آن نصف ضلع سوم می‌باشد.
همچنین اگر از وسط یکی از اضلاع مثلث، خطی موازی ضلع دیگر رسم کنیم، این خط، ضلع سوم را در وسط آن قطع می‌کند و در این حالت نیز پاره‌خط به‌دست‌آمده موازی ضلع داده‌شده و نصف طول آن است.

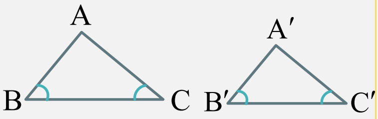
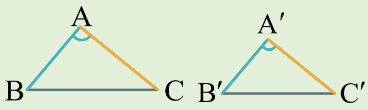
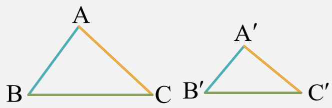
مثال نقض:

اگر یک گزاره با حکم کلی بیان شود، برای اثبات نادرستی آن حکم، یک مثال می‌آوریم که باعث نادرستی آن حکم شود. به این مثال، مثال نقض گفته می‌شود.

تشابه مثلث‌ها

حالت‌های تشابه دو مثلث

با استفاده از قضیهٔ اساسی تشابه مثلث‌ها می‌توان سه قضیهٔ زیر را نتیجه گرفت که این قضایا حالت‌های تشابه دو مثلث را بیان می‌کنند:

هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث به حالت دو زاویهٔ برابر (ز ز)، متشابه‌اند.	$\begin{cases}\hat{B}=\hat{B}' \\ \hat{C}=\hat{C}'\end{cases} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$	
هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب بوده و زاویهٔ بین آن‌ها باهم برابر باشد، آن دو مثلث به حالت دو ضلع متناسب و زاویهٔ بین برابر (ض ز ض)، متشابه‌اند.	$\begin{cases}\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'} \\ \hat{A}=\hat{A}'\end{cases} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$	
هرگاه اندازهٔ سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، آن دو مثلث به حالت سه ضلع متناسب (ض ض ض)، متشابه‌اند.	$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$	

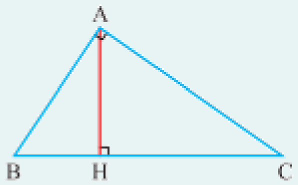
نکته طلایی

وقتی دو مثلث متشابه‌اند، **نسبت تشابه** آن‌ها برابر با K است.

نسبت تمام **اجزای متناظر طولی** (مانند ارتفاع، نیمساز، میانه و ...) نیز برابر با K است.

نسبت مساحت این دو مثلث متشابه برابر است با توان دوم نسبت تشابه آن‌ها. یعنی **نسبت مساحت‌ها** K^2 است. اما برای محیط، چون مجموع طول اضلاع مدنظر است و اجزای طولی مورد بررسی قرار می‌گیرد، **نسبت محیط‌ها** K است.

روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه



با رسم ارتفاع وارد بر وتر (AH)، سه مثلث قائم‌الزاویه داریم که با حالت تساوی دو زاویه، هر سه مثلث با هم متشابه‌اند. $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{ACH}$

با توجه به این تشابه به نتایج زیر می‌رسیم:

۱. مجذور طول هر ضلع زاویه قائمه = حاصل‌ضرب وتر در تصویر همان ضلع روی وتر $AB^2 = BC \times BH$ ، $AC^2 = BC \times CH$

۲. مجذور ارتفاع وارد بر وتر = حاصل‌ضرب طول دو پاره‌خطی که ارتفاع روی وتر ایجاد کرده است. $AH^2 = CH \times BH$

۳. حاصل‌ضرب دو ضلع زاویه قائمه = حاصل‌ضرب وتر و ارتفاع وارد بر آن $AB \times AC = BC \times AH$

۴. رابطه فیثاغورس در تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه برقرار است. $AB^2 + AC^2 = BC^2$

فصل سوم

تساوی دو تابع

دو تابع f و g را باهم برابر می‌نامیم، هرگاه دو شرط زیر برقرار باشد:

ـ دامنهٔ توابع f و g باهم برابر باشند.

ـ برای هر x از دامنهٔ یکسان، $f(x)=g(x)$ باشد.

به‌عبارت دیگر، دو تابع f و g زمانی باهم برابرند که دامنهٔ هر دو تابع (قبل از ساده کردن) و ضابطهٔ آن‌ها (بعد از ساده کردن) باهم برابر باشند.

یه نمونه باحال

به‌عنوان مثال، دو تابع $f(x)=x-۲$ و $g(x)=\frac{x^۲-۴}{x+۲}$ با هم برابر نیستند، چرا که $D_f=\mathbb{R}$ و $D_g=\mathbb{R}-\{-۲\}$ است.

تابع جزء صحیح و برخی از خواص آن

برای هر عدد حقیقی مانند x، جزء صحیح آن، بزرگ‌ترین عدد صحیحی است که از x بیشتر نباشد. جزء صحیح x را با نماد $[x]$ نشان می‌دهیم.

به‌عنوان مثال، $[۳/۱۴]=۳$ و $[-۲/۸]=-۳$ است. به‌عبارت دیگر:

$$n\le x<n+۱ \xrightarrow{n\in\mathbb{Z}} [x]=n$$

برخی از خواص جزء صحیح

۱) $[x]=a \xrightarrow{a\in\mathbb{Z}} a\le x<a+۱$

۲) $[x+a]=[x]+a\,;a\in\mathbb{Z}$

۳) $\circ\le x-[x]<۱ \xrightarrow{\text{به‌طور کلی}} \circ\le f(x)-[f(x)]<۱$

۴) $[x]+[-x]=\begin{cases}\circ & ;\ x\in\mathbb{Z}\\ -۱ & ;\ x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$

۵) $[x]\le a \xrightarrow{a\in\mathbb{Z}} x<a+۱$

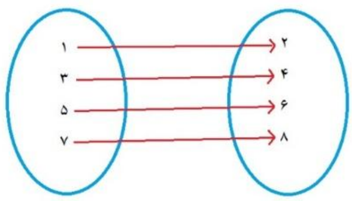
۶) $[x]\ge a \xrightarrow{a\in\mathbb{Z}} x\ge a$

انتقال توابع

نمودار جدید $(a>\circ)$	توضیحات و نحوه رسم
$f(x+a)$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور xها به سمت چپ منتقل می‌کنیم.
$f(x-a)$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور xها به سمت راست منتقل می‌کنیم.
$f(x)+a$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور yها به سمت بالا منتقل می‌کنیم.
$f(x)-a$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور yها به سمت پایین منتقل می‌کنیم.
$f(-x)$	نمودار تابع f را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم.
$-f(x)$	نمودار تابع f را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم.

تابع وارون و یک به یک

تابع یک‌به‌یک: به تابعی گفته می‌شود که در آن به هر عضو از دامنه فقط بتوان یه عضو منحصربه‌فرد از برد تابع را نسبت داد.



تشخیص یک‌به‌یک بودن از روی نمودار: اگر **هر خطی موازی محور xها** بکشیم، تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

بررسی یک‌به‌یک بودن یک تابع در نمایش زوج مرتبی

به تابعی که در زوج مرتب‌های متفاوت خود، مؤلفه دوم تکراری نداشته باشد، تابع یک‌به‌یک می‌گوییم. توجه داشته باشید که تابع یک‌به‌یک به خودی خود، یک تابع است، بنابراین در زوج مرتب‌های آن مؤلفه‌های اول نیز نباید باهم برابر باشند.

$f=\{(۱,۲),(۳,۴),(-۱,۵),(-۲,۰)\} \rightarrow$ تابع یک‌به‌یک

ضابطه تابع وارون

۱- به‌دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع خطی غیرثابت:

برای به‌دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع خطی غیرثابت مانند f، در معادله $y=f(x)$، x را برحسب y محاسبه می‌کنیم. سپس با جابجا کردن y و x، ضابطه تابع $f^{-1}(x)$ را به‌دست می‌آوریم.

۲- اگر نقطه (a,b) روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، در این صورت نقطه (b,a) روی نمودار تابع f^{-1} قرار دارد، به عبارت دیگر:

$(a,b)\in f \Leftrightarrow (b,a)\in f^{-1}$

یه نمونه باحال

اگر $f(x)=۳x+۵$ باشد مقدار $f^{-1}(۸)$ را تعیین کنید.

$۳x+۵=۸ \Rightarrow x=۱ \Rightarrow (۱,۸)\in f \Rightarrow f^{-1}(۸)=۱$

نکته سؤال: تابع $f(x)$ به ما داده شده و مقدار $f^{-1}(۸)$ را خواسته. پس باید بفهمیم تابع $f(x)$ به ازای چه مقداری از x برابر با ۸ شده است. بنابراین:

$۳x+۵=۸ \Rightarrow x=۱ \Rightarrow f^{-1}(۸)=۱$

اعمال جبری روی توابع

اگر توابع f و g به ترتیب دو تابع با دامنه‌های D_f و D_g باشند، در این صورت جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و ... این توابع را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

عملیات	ضابطه	دامنه
جمع	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$D_{f+g}=D_f\cap D_g$
تفریق	$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$	$D_{f-g}=D_f\cap D_g$
ضرب	$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$	$D_{f\cdot g}=D_f\cap D_g$
تقسیم	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)};(g(x)\neq ۰)$	$D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x \mid g(x)=۰\}$

یه نمونه باحال

اگر $g=\{(۱,۱),(۲,۳),(۳,۱)\}$, $f=\{(۲,-۱),(۳,۱),(۱,۰),(۴,۲)\}$ دو تابع باشند، آنگاه:

الف. تابع‌های $f\times g$ و $\frac{g}{f}$ را به‌صورت مجموعه‌هایی از زوج مرتب‌ها بنویسید.

ب. آیا تابع g یک تابع یک‌به‌یک است؟ چرا؟

الف:

$f\times g=\{(۲,-۳),(۳,۱),(۱,۰)\}$

$\frac{g}{f}=\{(۲,-۳),(۳,۱)\}$

ب: خیر، در دو زوج مرتب مؤلفهٔ دوم تکراری می‌باشند و مؤلفه‌های اول یکسان نیستند.